МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять
з курсу

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

(для студентів 2 і 3 курсів денної, 3 курсу заочної форм навчання за напрямом 6.050701 – Електротехніка та електротехнології та слухачів другої вищої освіти, за спеціальністю 7.05070103 – Електротехнічні системи електроспоживання (за видами))

Харків
ХНУМГ
2015

Методичні вказівки до практичних занять з курсу «Теорія автоматичного керування» (для студентів 2 і 3 курсів денної, 3 курсу заочної форм навчання за напрямом 6.050701 – Електротехніка та електротехнології та слухачів другої вищої освіти, за спеціальністю 7.05070103 – Електротехнічні системи електроспоживання (за видами)) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: І. Г. Абраменко, А. О. Карюк, Д. В. Рум'янцев. – Харків.: ХНУМГ, 2015. – 16 с.

Укладачі: к.т.н. І. Г. Абраменко
А. О. Карюк
Д. В. Рум'янцев

Рецензент: В. М. Гаряжа, доцент Харківського національного університету міського господарства імені О. М. Бекетова

Рекомендовано кафедрою «Електропостачання міст», протокол № 2 від 17.10.2014 р.

ЗМІСТ

ВСТУП... 4
1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ 5
1.1 Тема 1. Лінеаризація рівнянь САК... 5
1.2 Тема 2. Одержання часових характеристик САК...................................... 5
1.3 Тема 3. Структурні перетворення САК 7
1.4 Тема 4. Одержання частотних характеристик та визначення стійкості САК 9
2 ЗАДАЧІ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ЗАНЯТЬ 11
2.1 Тема 1. ЗМ 1.1. Лінеаризація рівнянь САК.. 11
2.2 Тема 2. ЗМ 1.1. Одержання часових характеристик САК 12
2.3 Тема 3. ЗМ 1.1. Структурні перетворення САК 12
2.4 Тема 4. ЗМ 1.2. Одержання частотних характеристик та визначення стійкості САК 13
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ТА РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.............. 15

ВСТУП

Відповідно до навчального плану за напрямом 6.050701 – Електротехнічні системи електроспоживання для проведення практичних занять з курсу «Теорія автоматичного керування» (ТАК) передбачено 18 академічних годин /0,5 кредитів ECTS, які розподілені на 9 занять за двома змістовними модулями і наступними темами.

Тема 1. Лінеаризація рівнянь систем автоматичного керування (САК) – 2 години.

Тема 2. Одержання часових характеристик САК – 9 годин.

Тема 3. Структурні перетворення САК – 1 година.

Тема 4. Одержання частотних характеристик та визначення стійкості САК – 6 годин.

Ціль практичних занять – систематизувати, закріпити та розширити знання, отримані на лекціях; придбати навики конкретних розрахунків систем автоматичного керування.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

1.1 Тема 1. Лінеаризація рівнянь САК

Для САК, що має один вхід $x(t)$ і один вихід $y(t)$, математичну модель можна представити у вигляді:

$$F\Big(x(t), x'(t), y(t), y'(t), y''(t), ..., y^{(n)}(t)\Big) = 0.$$

Рівняння багатьох реальних елементів і САК в цілому тією чи іншою мірою є нелінійними. У цьому разі змінні $x(t)$, $y(t)$ і їхні похідні входять у вираз для функції F у вигляді добутків, часток, ступенів або інших більш складних функцій.

У зв'язку зі складністю аналізу і вирішення нелінійних рівнянь в ТАУ широко застосовується наближена їхня заміна на лінійні – лінеаризація. Існує кілька методів лінеаризації. Найбільше поширення одержав метод малих відхилень, що дозволяє лінеаризувати як нелінійні алгебраїчні характеристики окремих елементів, під якими розуміються залежності вихідних величин від вхідних у сталому режимі, так і нелінійні диференціальні рівняння.

В основу методу лінеаризації покладене розкладання в ряд Тейлора, що дозволяє розкласти нелінійну функцію декількох змінних за ступенями малих відхилень цих змінних в околицях значень, що відповідають заданому сталому режиму. За сталий режим можна вибирати режим, що існував до початку дії збудження, або режим, що встановиться після загасання перехідного процесу.

1.2 Тема 2. Одержання часових характеристик САК

Диференціальні рівняння незалежно від форми подання є самою загальною формою опису САК і не дають наочного зображення її властивостей. Більш наочно характеризують ці властивості функції $y(t)$, що є рішеннями диференціальних рівнянь.

В ТАК властивості систем і їхніх елементів характеризують рішеннями, що відповідають нульовим початковим умовам і одному з типових впливів на вході, що називаються часовими характеристиками.

Найбільш широке використання при описі динамічних властивостей одержала перехідна функція $h(t)$. Перехідною функцією називають функцію, що описує зміну вихідної величини, що виникає після подачі на вхід одиничного східчастого впливу $1(t)$ при нульових початкових умовах. Графік перехідної функції називається перехідною характеристикою.

Лінійні САК описуються диференціальними рівняннями вигляду:

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \ \dots \ + a_n y(t) = b_0 x^{(m)}(t) + b_1 x^{(m-1)}(t) + \ \dots \ + b_m x(t), \quad (1)$$

де $x(t)$ і $y(t)$ – відповідно вхідна і вихідна величини;

a_i, b_j – коефіцієнти; n – порядок рівняння.

Інтегрування рівняння (1) зводиться до знаходження суми загального рішення однорідного рівняння без правої частини $y_с(t)$ і якого-небудь часткового рішення неоднорідного рівняння $y_в(t)$, тобто:

$$y(t)=y_с(t)+y_в(t). \tag{2}$$

Зміна вихідної величини, обумовлене складовою $y_с(t)$, називається вільним рухом, тому що залежить тільки від вигляду лівої частини рівняння (1), тобто від внутрішніх властивостей самого об'єкта. Складова $y_в(t)$, навпаки, залежить від характеру вхідного впливу, тому відповідна зміна називається змушеним рухом.

Складову $y_с(t)$ шукається у вигляді:

$$y_с(t)=e^{pt}, \tag{3}$$

де p – деяке раціональне число.

Підставивши (3) у рівняння (1) при нульовій правій частині, одержимо:

$$a_0 p^n e^{pt}+a_1 p^{n-1} e^{pt}+\ \dots\ +a_n e^{pt}=0,$$

або

$$a_0 p^n+a_1 p^{n-1}+\ \dots\ +a_n=0. \tag{4}$$

Останнє рівняння називається характеристичним.

Таким чином, вираз (3) є рішенням рівняння (1) за умови, що p є коренем рівняння (4). Оскільки це рівняння має n коренів, маємо і n лінійно незалежних рішень $y_i(t)$. Скористаємося відомою теоремою математики, яка затверджує, що коли n лінійно незалежних функцій $y_i(t)$ є рішеннями однорідного рівняння, то загальне рішення цього рівняння визначається виразом:

$$y_с(t)=\sum_{i=1}^{n} C_i y_i(t)=\sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t}, \tag{5}$$

де C_i – довільні постійні інтегрування.

Вираз (5) справедливий тільки у випадку, якщо всі корені p_i є простими. Якщо ж який-небудь корінь p_j має кратність r, то в (5) замість r додатків вигляду (3) треба включити складову вигляду:

$$y_j(t)=\left(C_j+C_{j+1}t+C_{j+2}t^2+\ \dots\ +C_{j+r-1}t^{r-1}\right)e^{p_j t}. \tag{6}$$

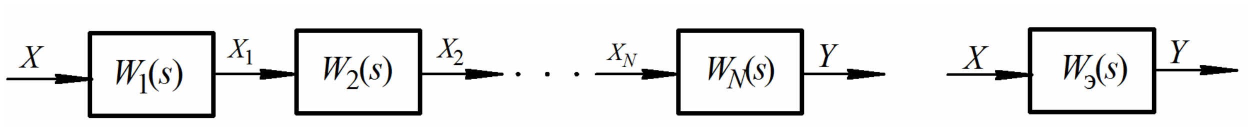
Часткове рішення $y_в(t)$ звичайне шукається в тому ж вигляді, в якому задана права частина, тобто залежно від вигляду функції $x(t)$.

1.3 Тема 3. Структурні перетворення САК

У ТАК при аналізі САК широке застосування одержали так звані структурні схеми. При цьому під структурною схемою САК мається на увазі умовне графічне зображення математичної моделі системи у вигляді сукупності окремих ланок із вказівкою зв'язків між ними.

Структурна схема реальної САК звичайно може бути представлена у вигляді комбінації трьох типів з'єднань ланок: послідовного, паралельного і зустрічно-паралельного. Кожне з цих з'єднань може бути замінене за певними правилами однією ланкою, властивості якої будуть еквівалентними властивостям з'єднання. Установимо ці правила.

При послідовному з'єднанні вихідна величина попередньої ланки є вхідною величиною наступної ланки (рис. 1а).



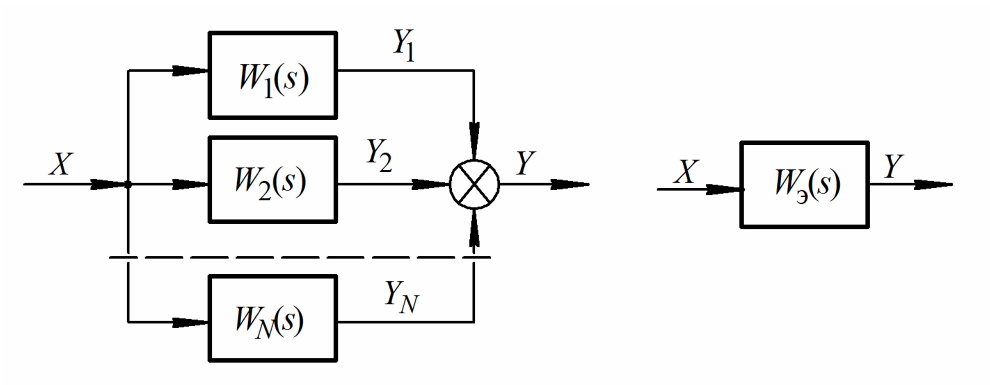
а) б)

Рисунок 1 – Структурна схема послідовного з'єднання ланок:
а) вихідна; б) еквівалентна

Еквівалентна передаточна функція з'єднання $W_э(s)$ по каналу $X(s) \to Y(s)$ визначається виразом:

$$W_э(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \prod_{i=1}^{N} W_i(s). \qquad (7)$$

При паралельному з'єднанні на вхід всіх ланок подається одна і та сама величина, а вихідна величина дорівнює сумі вихідних величин окремих ланок (рис. 2а).



а) б)

Рисунок 2 – Структурна схема паралельного з'єднання ланок:
а) вихідна; б) еквівалентна

Еквівалентна передаточна функція з'єднання $W_Э(s)$ по каналу $X(s) \to Y(s)$ визначається виразом:

$$W_Э(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \sum_{i=1}^{N} W_i(s). \tag{8}$$

При зустрічно-паралельному з'єднанні структурна схема має вигляд, наведений на рисунку 3, де зворотний зв'язок може бути як негативним, так і позитивним.

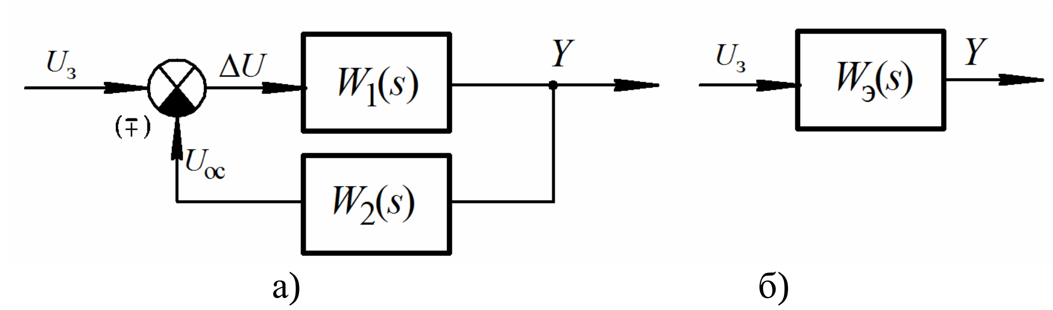


Рисунок 3 – Структурна схема зустрічно-паралельного з'єднання ланок: *а) вихідна; б) еквівалентна*

Еквівалентна передаточна функція з'єднання $W_Э(s)$ по каналу $X(s) \to Y(s)$ визначається виразом:

$$W_э(s) = \frac{Y(s)}{U_з(s)} = \frac{W_1(s)}{1 \pm W_1(s) W_2(s)}. \tag{9}$$

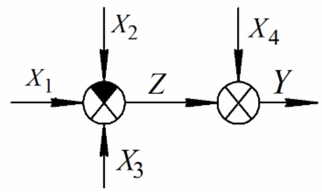
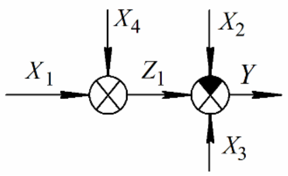
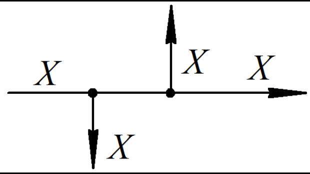
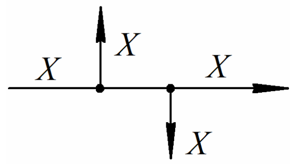
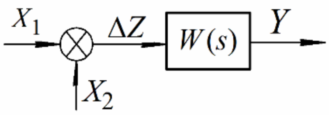
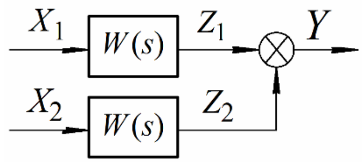
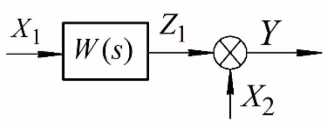
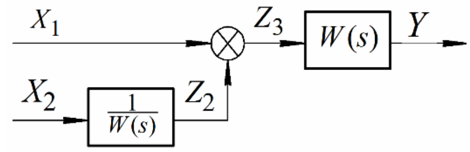
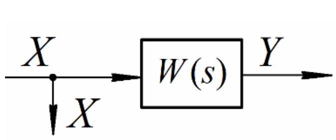
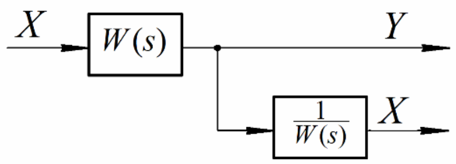
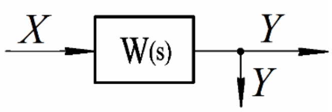
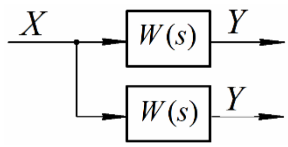
Знак «плюс» в останній формулі ставиться у випадку негативного зворотного зв'язку, а «мінус» – позитивного.

У ряді випадків структура САК може бути такою, що застосування наведених вище основних правил структурних перетворень виявляється недостатнім для її спрощення. Такими системами є багатоконтурні системи, що містять перехресні зв'язки.

Для перетворення такого роду схем використовують ряд додаткових правил, що ґрунтуються на принципі еквівалентності, відповідно до якого всі вхідні і вихідні сигнали кожної перетвореної ділянки схеми повинні залишатися незмінними.

Найпоширеніші з цих правил наведені в таблиці 1, де всі змінні Z позначають сигнали, які з'явилися або зникли в результаті перетворень.

Таблиця 1 – Правила перетворення структурних схем САК

Операція	**Вихідна схема**	**Перетворена схема**
Перестановка суматорів	 $Y = X_1 - X_2 + X_3 + X_4$	 $Y = X_1 + X_4 - X_2 + X_3$
Перестановка вузлів розгалу-ження сигналів		
Переміщення суматора через ланку вперед	 $Y = W(s)\left(X_1 + X_2\right)$	 $Y = W(s)X_1 + W(s)X_2(s) = W(s)\left(X_1 + X_2\right)$
Переміщення суматора через ланку назад	 $Y = W(s)X_1 + X_2$	 $Y = \left(X_1 + \dfrac{X_2}{W(s)}\right)W(s) = W(s)X_1 + X_2$
Переміщення вузла розгалу-ження через ланку вперед	 $Y = W(s)X$ $X = X$	 $X = X$ $Y = W(s)X$
Переміщення вузла розгалу-ження через ланку назад	 $Y = W(s)X$	 $Y = W(s)X$

1.4 Тема 4. Одержання частотних характеристик та визначення стійкості САК

Частотні характеристики описують передаточні властивості САК в режимі сталих гармонійних коливань, викликаних зовнішнім гармонійним впливом. Ці характеристики широко використовують в ТАК, тому що реальні зовнішні впливи можуть бути представлені у вигляді суми гармонійних сигналів. Вони визначаються змушеною складовою рішення диференціального рівняння при подачі на вхід впливу:

$$x(t) = a\sin(\omega t).$$

Найбільш повно частотні особливості характеризує частотна передаточна функція $W(j\omega)$. $W(j\omega)$, як і будь-яка функція комплексної змінної, може бути представлена в алгебраїчній і показовій формах.

Алгебраїчна форма:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega), \tag{10}$$

де $P(\omega)$ і $Q(\omega)$ – речовинна і уявна частини відповідно.

Показова форма:

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}. \tag{11}$$

Крива, яку описує кінець вектора частотної передаточної функції на комплексній площині при зміні частоти від 0 до ∞, називається амплітудно-фазовою частотною характеристикою (АФЧХ).

Крім АФЧХ розрізняють наступні види частотних характеристик:

– амплітудна частотна характеристика (АЧХ) – графік функції $A(\omega) = |W(j\omega)|$;

– фазова частотна характеристика (ФЧХ) – графік функції $\varphi(\omega) = Arg\ W(j\omega)$;

– речовинна частотна характеристика – графік функції $P(\omega) = \mathrm{Re}\ W(j\omega)$;

– уявна частотна характеристика – графік функції $Q(\omega) = \mathrm{Im}\ W(j\omega)$.

Однією з найважливіших характеристик автоматичної системи керування є стійкість. Цим поняттям характеризується працездатність системи. Система, що не володіє стійкістю, не здатна виконувати функції керування і має нульову або навіть негативну ефективність (тобто система є шкідлива). Нестійка система може привести керований об'єкт до аварійного стану. Тому проблема стійкості систем є однією із центральних у теорії автоматичного керування.

Стійкість автоматичної системи – це властивість системи повертатися у вихідний стан рівноваги після припинення дії, яка вивела систему з цього стану.

Стійкість залежить тільки від характеру вільного руху системи. Вільний рух лінійної або лінеаризованої системи описується однорідним диференціальним рівнянням

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \ldots + a_n y(t) = 0, \tag{12}$$

де $y(t) = y_{\text{с}}(t)$ – вільна складова керованої величини системи.

Змушена складова вихідної величини, що залежить від вигляду зовнішнього впливу і правої частини диференціального рівняння, на стійкість системи не впливає.

Система є стійкою, якщо вільна складова $y_{\text{с}}(t)$ перехідного процесу з часом прагне до нуля, тобто якщо

$$\lim_{t\to\infty} y_{\text{с}}(t) = 0 .$$

При аналізі стійкості систем керування звичайно вирішують одне або кілька завдань:

– оцінюють, стійка чи ні система при заданих параметрах;

– визначають припустимий за умовою стійкості діапазон зміни деяких незаданих параметрів системи;

– з'ясовують, чи може система при заданій структурі бути стійкою.

2 ЗАДАЧІ ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ ЗАНЯТЬ

2.1 Тема 1. ЗМ 1.1. Лінеаризація рівнянь САК

Задача 1

Об'єкт описується диференціальним рівнянням другого порядку:

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = b_0 x .$$

Коефіцієнти рівняння рівні: $a_0 = 6$; $a_1 = 17y$; $a_2 = 5y^2 x$; $b_0 = 8yx$.

Лінеаризувати рівняння в околицях номінального режиму $x_0 = 6$.

Задача 2

Лінеаризувати математичну модель двигуна постійного струму із незалежним збудженням:

$$u_{\text{д}}(t) = e_{\text{д}}(t) + R_{\Sigma} i_{\text{яц}}(t) + L_{\Sigma} \frac{di_{\text{яц}}(t)}{dt} ;$$

$$u_{\text{в}}(t) = R_{\text{в}} i_{\text{в}}(t) + L_{\text{в}} \frac{di_{\text{в}}(t)}{dt} ;$$

$$\Phi(t) = f[i_{\text{в}}(t) \cdot w] ;$$

$$J_{\Sigma} \frac{d\omega(t)}{dt} = M_{\text{д}}(t) - M_{\text{с}}(t) .$$

де: $R_{\Sigma} = R_{\text{д}} + R_{\text{доп}}$, $L_{\Sigma} = L_{\text{д}} + L_{\text{доп}}$, $J_{\Sigma} = J_{\text{д}} + J_{\text{н}}$; $R_{\text{я}}$, $L_{\text{я}}$ – відповідно активний опір та індуктивність якірної обмотки; $R_{\text{доп}}$, $L_{\text{доп}}$ – активний опір і індуктивність додаткових елементів якірного ланцюга (щіток, додаткових полюсів і т.п.); $i_{\text{яц}}(t)$ – струм якірного ланцюга; $i_{\text{в}}(t)$, $R_{\text{в}}$, $L_{\text{в}}$ – відповідно струм, активний опір і індуктивність обмотки збудження; $J_{\text{д}}$ і $J_{\text{н}}$ – моменти інерції якоря двигуна і навантаження; $\omega(t)$ – кутова швидкість обертання вала якоря; $M_{\text{д}}(t)$ – момент, що розвивається двигуном; $\Phi(t)$ – магнітний потік полюсів; w – кількість витків обмотки збудження.

2.2 Тема 2. ЗМ 1.1. Одержання часових характеристик САК

Задача 3

Система керування описується диференціальним рівнянням першого порядку $Ty' + y = kx$.

Знайти часові характеристики системи при $T = 0,2$ с і $k = 15$.

Задача 4

Визначити перехідний процес у системі, яка описується диференціальним рівнянням 2-го порядку:

$$T^2 y''(t) + 2\xi T y'(t) + y(t) = k \cdot x(t)$$

при нульових початкових умовах і подачі на вхід одиничного східчастого сигналу $1(t)$ з наступними параметрами: $T = 0,3$ с; $\xi = 2$; $k = 10$.

Задача 5

Визначити перехідний процес у системі, яка описується диференціальним рівнянням 2-го порядку:

$$T^2 y''(t) + 2\xi T y'(t) + y(t) = k \cdot x(t)$$

при нульових початкових умовах і при подачі на вхід одиничного східчастого сигналу $1(t)$ з наступними параметрами: $T = 0,3$ с; $\xi = 0,5$; $k = 10$.

Задача 6

Об'єкт керування описується диференціальним рівнянням другого порядку вигляду:

$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = b_0 x$, де $a_0 = 0{,}01;\ a_1 = 0{,}30;\ a_2 = 1;\ b_0 = 0{,}26.$

Побудувати перехідну характеристику $h(t)$.

Задача 7

Диференціальне рівняння системи має вигляд:

$$a_0 y'' + a_1 y' + a_2 y = kx,$$

де $k = 1$, $a_0 = 1$, $a_1 = 3$, $a_2 = 2$.

Знайти передаточну функцію $W(s)$ і часові характеристики $h(t)$, $w(t)$ системи операторним методом.

2.3 Тема 3. ЗМ 1.1. Структурні перетворення САК

Задача 8

Структурна схема САК наведена на рисунку 4. Знайти передаточну функцію по каналу $x \to y$ - $W_{xy}(s)$.

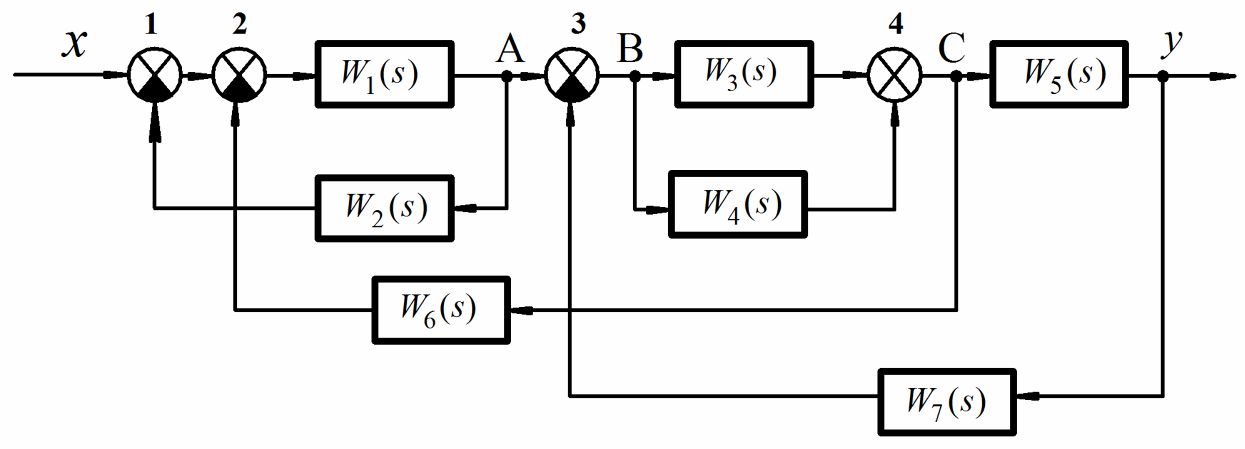


Рисунок 4 – Структурна схема САК

2.4 Тема 4. ЗМ 1.2. Одержання частотних характеристик та визначення стійкості САК

Задача 9

Задано передаточні функції розімкнутої САК у вигляді послідовно з'єднаних ланки об'єкта керування та коригувальної ланки, які відповідно рівні:

$$W_н(s)=\frac{k_н}{(T_1\cdot s+1)\cdot(T_2\cdot s+1)\cdot(T_3\cdot s+1)};\ W_k(s)=\frac{k_k\left(T_4\cdot s+1\right)}{\left(T_5\cdot s+1\right)}.$$

$T_1=7\cdot10^{-3};\ T_2=3\cdot10^{-3};\ T_3=4\cdot10^{-4};\ k_н=23;\ T_4=5\cdot10^{-3};\ T_5=2\cdot10^{-2};\ k_k=1.$

Побудувати логарифмічні амплітудні і фазові частотні характеристики ланки об'єкта керування, коригувальної ланки і системи в цілому.

Задача 10

САК описується рівнянням другого порядку, характеристичне рівняння якого має вигляд $a_0s^2+a_1s+a_2=0$.

Визначити умови стійкості САК по Гурвіцу.

Задача 11

Передаточна функція розімкнутої системи із запізнюванням має вигляд

$$W_p(s)=W_л(s)\cdot W_\tau(s)=\frac{k_л}{a_0s^3+a_1s^2+a_2s+a_3}\cdot e^{-s\tau}\ .\ a_2=0,5c\ .$$

Числові значення параметрів становлять: $a_0=0,01c^3$; $a_1=0,09c^2$; $a_2=0,5c$; $a_3=1$; $k_л=1,6$. Визначити критичне значення величини запізнювання $\tau=\tau_к$, що визначає границю стійкості.

Задача 12

Передаточні функції ланок замкнутої САК, представленої на рисунку 5 мають вигляд:

$$W_o(s) = \frac{k_o}{T_o{}^2 s + 2T_o \xi s + 1}\text{ ; } W_p(s) = \frac{k_p}{s}$$

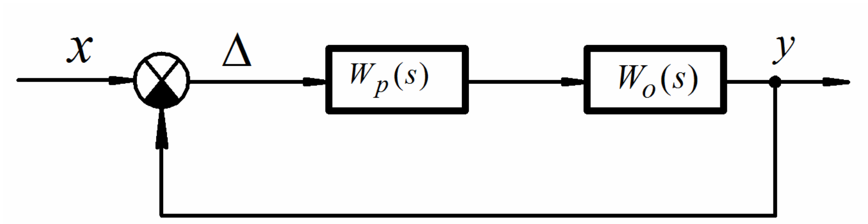


Рисунок 5 – Передаточні функції ланок замкнутої САК

Числові значення параметрів об'єкту керування прийняти рівними

T_o =0,1с; ξ=0,45; $k_o = 0,26$.

Знайти числові значення коефіцієнта передачі регулятора k_p, які задовольняють вимогам стійкості системи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ТА РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Абраменко І. Г., Абраменко Д. І. Методичні вказівки до самостійного вивчення курсу «Теорія автоматичного керування» для студентів 3 курсу денної і 4 курсу заочної форм навчання спеціальності 6.090.603 – Електротехнічні системи електроспоживання») / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: І. Г. Абраменко, Д. І. Абраменко. – Х.: ХНУМГ, 2007. – 64 с.

2. Абраменко І. Г., Абраменко Д. І. Теорія автоматичного керування: консп. лекц. / Харк. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова; уклад.: І. Г. Абраменко, Д. І. Абраменко. – Х.: ХНУМГ, 2009. – 182 с.

3. Бессекерский В. А. Теория автоматического управления: учебн. пособ./ В. А. Бессекерский, Е. П. Попов. – СПб.: Профессия, 2004. – 750 с.

4. Абраменко И. Г. Компьютерные технологии в автоматизированных системах управления электроснабжения: учебн. пособ./ И. Г. Абраменко, А. И. Кузнецов. – Х.: ХНАГХ, 2008. – 146 с.

Навчальне видання

Методичні вказівки
до практичних занять
з курсу

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

*(для студентів 2 і 3 курсів денної, 3 курсу заочної форм навчання
за напрямом 6.050701 – Електротехніка та електротехнології
та слухачів другої вищої освіти, за спеціальністю
7.05070103 – Електротехнічні системи електроспоживання (за видами))*

Укладачі: **АБРАМЕНКО** Іван Григорович
КАРЮК Андрій Олександрович
РУМ'ЯНЦЕВ Дмитро Валерійович

Відповідальний за випуск: *В. М. Гаряжа*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання: *А. О. Карюк*

План 2014, поз. 195М

Підп. до друку 12.12.2014 Формат 60 х 84/16
Друк на ризографі. Ум. друк. арк. 1,0
Зам. № Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:
Харківський національний університет
міського господарства імені О. М. Бекетова,
вул. Революції, 12, Харків, 61002
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:
ДК 4705 від 28.03.2014 р.